

இரண்டாவது ஐந்தாண்டுத் திட்டத்தில்  
பொதுத்துறையில் செய்யப்பட்ட முதலீடு

	கோடி ரூபாய்களில்
வேளாண்மை	..... 568
நீர்ப்பாசனம், மின்சாரம்	..... 913
தொழில் துறை, சுரங்க வேலை	..... 890
போக்குவரத்து	..... 1385
சமூகநலச் சேவை	..... 945
மற்றவை	..... 99
	-----
	மொத்தம் ..... 4800
	-----

## 8. அலைவிவண் பரவல் (FREQUENCY DISTRIBUTION)

### I. புள்ளியியல் தொகுதி (Statistical Series)

சேகரிக்கப்பட்ட புள்ளிவிவரங்களின் தொகுப்பினை புள்ளியியல் தொகுதி என்கின்றோம். இத்தொகுதிகளின் அமைப்பினை ஒட்டி அவைகளை, தனித்தொகுதி; தொடர்ச்சியற்ற தொகுதி; தொடர்ந்த தொகுதி என்று மூன்று வகைகளாகப் பிரிக்கின்றோம். கூட்டுச்சராசரி போன்ற புள்ளியியல் அளவைகளைக் கண்டுபிடிக்கும் முறைகளும் தொகுதிகளின் அமைப்பை ஒட்டி வேறுபடுகின்றன. அவைவெண் பரவலை அமைப்பதற்கும் புள்ளியியல் தொகுதி அடிப்படையாக அமைகின்றது. ஆதலால் முதன் முதலில் புள்ளியியல் தொகுதி பற்றி விவரமாக அறிவோம்.

(அ) தனித்தொகுதி (Individual Series): சேகரித்த புள்ளி விவரங்களை எந்த வகையிலும் வகைப்படுத்தாமல் இருந்தால் அதனைத் தனித்தொகுதி என்போம். இதனை வகைப்படுத்தப்படாத விவரம் (Ungrouped data) என்றும், சீராக்கப்படாத விவரம் (Raw Data) என்றும் கூறுவர்.



எடுத்துக்காட்டாக 15, மாணவர்கள் எடுத்த மதிப்பெண்கள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

28	40	35	60	60	75	65	20
35	65	68	55	38	45	70	

இது ஒரு தனித்தொகுதியாகும்.

(ஆ) தொடர்ச்சியற்ற தொகுதி (Discrete Series): தொடர்ச்சியற்ற தொகுதியில் மாறிகளின் மதிப்பு ஓரளவு வகைப்படுத்தப்பட்டிருக்கும். ஆனால் மாறிகளின் மதிப்பு தொடர்ந்தாற்போல் இருக்காது. எடுத்தக்காட்டாக, 40 மாணவர்கள் உள்ள ஒரு வகுப்பில் மாணவர்கள் பெற்ற மதிப்புகளை, ஒரு குறிப்பிட்ட மதிப்பெண்ணை எத்தனை மாணவர்கள் பெற்றிருக்கிறார்கள் என்று வகைப்படுத்தி குறிப்பிட்டிருந்தால் அதனை தொடர்ச்சியற்ற தொகுதி என்கிறோம். கீழ்வரும் எடுத்துக்காட்டு மூலம் இதனை அறியலாம்.

மதிப்பெண்	20	28	35	40	45	52	55	60	65
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	4	2	8	6	10	4	5	3	4

(இ) தொடர்ந்த தொகுதி (Continuous Series) : தொடர்ந்த தொகுதியில், மாறிகளின் மதிப்பு தொடர்ச்சியாக அமையப் பெற்றிருக்கும். மாறிகளின் மதிப்புகளை பிரிவு இடைவெளிகளாகப் பிரித்து விவரங்களை வகைப்படுத்தியிருப்பார்கள். எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு வகுப்பில் 20 முதல் 30 வரை மதிப்பெண்கள் பெற்றவர்கள் எத்தனைபேர், 30 முதல் 40 வரை மதிப்பெண்கள் பெற்றவர்கள் எத்தனைபேர், என்று கணக்கிட்டு விவரங்களை வகைப்படுத்தியிருப்பார்கள். பின்வரும் விவரங்கள் தொடர்ந்த தொகுதியினை விளக்கும் எடுத்துக்காட்டாக அமையும்.

மதிப்பெண்கள்	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	4	6	12	8	5	3



## II. அலைவெண் பரவல் அமைக்கும் முறை

அலைவெண்பரவலை அமைப்பதற்குமுன் நமக்கு கீழ்க்காணும் முக்கிய கருத்துக்களைப் பற்றி முதலில் தெரிந்திருப்பது அவசியம். அவைகளை முதலில் காண்போம்.

i) **அலைவெண் பரவல்** - விவரம்: சேகரிக்கப்பட்ட விவரங்களைப் பல்வேறு பிரிவுகளாகப் (Class) பிரித்து ஒவ்வொரு பிரிவிலும் உள்ள உறுப்புக்களின் எண்ணிக்கையை குறிப்பிடுவது அலைவெண் பரவல் ஆகும். எடுத்துக்காட்டாக ஒரு வகுப்பில் 40 மாணவர்கள் எடுத்த மதிப்பெண்கள் தரப்பட்டிருக்கிறது என்போம். அவர்களில் 30 முதல் 40 வரை (30-40) மதிப்பெண்கள் எடுத்தவர்கள் எத்தனைபேர் என்றும், 40 முதல் 50 வரை (40-50) மதிப்பெண்கள் பெற்றவர்கள் எத்தனைபேர் என்றும், இப்படி 50-60; 60-70; 70-80 என்று பல பிரிவுகளாகப் பிரித்து, ஒவ்வொரு பிரிவிலும் எத்தனை மாணவர்கள் இடம் பெற்றுள்ளனர் என்றும் குறிப்பிடுவது அலைவெண் பரவல் ஆகும்.

ii) **பிரிவு எல்லைகள்** (Class Limits): ஒரு பிரிவிலுள்ள மிகக் குறைந்த மதிப்பும், மிகவும் கூடிய மதிப்பும் பிரிவு எல்லைகள் எனப்படும். எடுத்துக்காட்டாக, 40-50 என்ற பிரிவில் 40 என்ற மதிப்பும், 50 என்ற மதிப்பும் பிரிவு எல்லைகள் ஆகும். ஒரு பிரிவிலுள்ள மிகக் குறைந்த மதிப்பு பிரிவின் கீழ் எல்லை (lower limit) என்றும், மிகக் கூடிய மதிப்பு பிரிவின் மேல் எல்லை (Upper limit) என்றும் கூறலாம். 40-50 என்ற பிரிவில் கீழ் எல்லை 40; மேல் எல்லை 50 ஆகும்.

iii) **பிரிவு இடைவெளி** (Class Intervals): ஒரு பிரிவின் கீழ் எல்லைக்கும் மேல் எல்லைக்குமுள்ள வேறுபாடு பிரிவு இடைவெளி ஆகும். 40-50 என்ற பிரிவின் பிரிவு இடைவெளி  $(50-40=10)$  10 ஆகும்.

iv) **பிரிவு அலைவெண்** (Class Frequency): ஒவ்வொரு பிரிவிலும் இருக்கக்கூடிய உறுப்புக்களின் எண்ணிக்கையை பிரிவு அலைவெண் அல்லது அலைவெண் என்று கூறுகின்றோம். எடுத்துக்காட்டாக, 40-50 மதிப்பெண்கள் 12 மாணவர்கள் பெற்றிருக்கின்றனர் என்றால் 40-50 என்ற பிரிவின் அலைவெண் 12 ஆகும்.

v) **பிரிவின் நடுப்புள்ளி** (Class Mid Point): ஒரு பிரிவின் மேல் எல்லைக்கும் கீழ் எல்லைக்கும் இடைப்பட்ட நடுமதிப்பு பிரிவின் நடுப்புள்ளி ஆகும். எடுத்துக்காட்டாக 40-50 என்ற பிரிவின் நடுப்புள்ளி



45 ஆகும். இதனைப் பின்வரும் முறையில் கண்டுபிடிக்கலாம்.

பிரிவின் நடுப்புள்ளி =  $\frac{\text{பிரிவின் மேல் எல்லை} + \text{பிரிவின் கீழ் எல்லை}}{2}$

$$= \frac{50+40}{2} = \frac{90}{2} = 45$$

vi) பிரிவு எல்லைகளை அளவாக்குவது முறைகள்: பிரிவு எல்லைகளை இரண்டு வழிகளில் அமைக்கலாம். ஒன்று தவிர்ந்தது கணக்கிடும் முறை; மற்றொன்று சேர்த்துக் கணக்கிடும் முறை.

(அ) தனித்தனிகளாகும் முறை (Exclusive Method): இம்முறையில் ஒரு பிரிவின் மேல் எல்லை அதற்கு அடுத்த ஒரு பிரிவின் கீழ் எல்லையாக இருக்கும். ஒரு பிரிவின் மேல் எல்லையின் மதிப்பு அப்பிரிவைச் சேர்ந்ததாக இருக்காது. எடுத்துக்காட்டா 20-30, 30-40, 40-50, etc என்று அமைப்பது ஆகும். இதில் 20-30 என்ற பிரிவில் 20 முதல் 29 முடிய உள்ள மதிப்புகள் அடங்கும். 30 என்ற மதிப்பு இப்பிரிவில் அடங்காது.

(ஆ) சேர்த்துக் கணக்கிடும் முறை (Inclusive Method): இம்முறையில் ஒரு பிரிவின் மேல் எல்லையின் மதிப்பும் அப்பிரிவையே சேர்ந்திருக்கும். இம்முறையில் 20-29, 30-39, 40-49 etc என்று பிரிவில் 20 முதல் 29 முடிய உள்ள எல்லா மதிப்புகளும் அமையப் பெற்றிருக்கும்.

(vii) பிரிவு இடைவெளியின் அளவைத் தீர்மானித்தல்: ஒரு அலைவெண் பரவலின் பிரிவு இடைவெளியின் அளவு பிரிவுகளின் எண்ணிக்கையைப் பொருத்தும், கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களின் 'வீச்சு' (Range) மதிப்பின் அளவைப் பொருத்தும் அமையும். (வீச்சு என்பது கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரங்களின் மிகப் பெரிய மதிப்புக்கும், மிகச் சிறிய மதிப்புக்குமுள்ள வேறுபாடு ஆகும்) பிரிவுகளின் எண்ணிக்கையை அதிக அளவில் அமைக்க வேண்டும் என்றால் பிரிவு இடைவெளியின் அளவைக் குறைத்துக் கொள்ள வேண்டும். பிரிவுகளின் எண்ணிக்கை குறைவாக இருக்க வேண்டும் என்றால் பிரிவு இடைவெளியின் அளவை அதிகமாக வைத்துக் கொள்ளலாம். பொதுவாக பிரிவு இடைவெளி 5,10 அல்லது 15 என்று அமைவது நல்லது. இவ்வாறு அமைத்துக் கொண்டால், கணக்கிடவும், புரிந்து கொள்ளவும் எளிதாக இருக்கும்.

பிரிவு இடைவெளியின் அளவைப் பின்வரும் குத்திரத்தின் உதவியால் காணலாம்.

$$i = \frac{L-S}{k}$$



L = மிகப் பெரிய மதிப்பு; S = மிகச் சிறிய மதிப்பு  
K = பிரிவுகளின் எண்ணிக்கை

i இன் மதிப்பு பின்னமாகவந்தால், அதனைத் தோராயப் படுத்தி முழு எண்ணாக ஆக்கிக் கொள்ளலாம். i இன் மதிப்பு 5,10,25, அல்லது 20 தீர்மானிப்பது சிறந்தது. பொதுவாக பிரிவுகளின் எண்ணிக்கையை (K) அதிகமாகவோ அல்லது மிகவும் குறைவாகவோ இருத்தல் கூடாது. பிரிவுகளின் தொடக்க மதிப்பு 0 அல்லது 5 அல்லது 10 எனத் தொடங்க வேண்டும். எடுத்துக்காட்டாக 32 மிகக் குறைந்த மதிப்பு என்றால் 30-40 என்று முதல் பிரிவு இருக்க வேண்டும்.

எவ்வாறு அலை வெண்பரவல் அமைக்க வேண்டும் என்பதைப் பின்வரும் எடுத்துக்காட்டு மூலம் விளக்கலாம்.

எடுத்துக்காட்டு: ஒரு வகுப்பிலுள்ள 40 மாணவர்கள் எடுத்த மதிப்பெண்கள் தரப்பட்டுள்ளன. அலைவெண் பரவல் அமைக்கவும்.

80	48	44	63	59	45	41	43
47	62	65	57	58	55	57	60
55	61	34	65	70	49	56	63
78	52	52	48	55	62	52	41
44	31	70	73	48	34	71	40

**செய்முறை:**

1) கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரங்கட்கு முதலில் வீச்சு மதிப்பைக் கண்டுபிடிக்க வேண்டும்.

$$\begin{aligned} \text{வீச்சு} &= \text{மிகப்பெரிய மதிப்பு} - \text{மிகச் சிறிய மதிப்பு} \\ &= 80 - 31 = 49. \end{aligned}$$

2) பிரிவு இடைவெளியினை 5 அல்லது 10 ஆகக் கொள்ளலாம். நாம் பிரிவு இடைவெளியை 10 ஆகக் கொள்வோம்.

3)  $| = \frac{49}{6} = 8.16$  - இதனை 10 ஆகக் கொண்டு பிரிவுகளை அமைக்கலாம்.



4) பிரிவு எல்லைகளைத் "தவிர்த்துக் கணக்கிடும்" முறையிலோ அல்லது 'சேர்த்துக்கணக்கிடும்' முறையிலோ அமைக்கலாம். நாம் தவிர்த்துக் கணக்கிடும் முறையில் அலைவெண் பரவல் அமைப்போம்.

5) முதல் பிரிவு 30-40 என்றும் மற்ற பிரிவுகளை 40-50, 50-60, 60-70, 70-80, 80-90, எனக்கொள்வோம்.

6) ஒவ்வொரு பிரிவிலும் உள்ள அலைவெண்களை (மாணவர்களின் எண்ணிக்கையினை) சரிபார்க்கும் குறி (Tally Mark) மூலம் எழுதி இறுதியில் மொத்தத்தைக் குறிக்க வண்டும். கீழ்வரும் பட்டியலில் அலைவெண்களைக் கணக்கிட்டுக் காட்டப்பட்டுள்ளது.

### அலைவெண் பரவல் பட்டியல்

பிரிவு இடைவெளி (மதிப்பெண்கள்)	சரி பார்க்கும் குறி	அலை வெண் (மாணவர்களின் எண்ணிக்கை)
30-40		3
40-50		13
50-60		10
60-70		8
70-80		5
80-90		1
மொத்த அலைவெண்		40

(குறிப்பு: சரிபார்க்கும் குறிகள் ஐந்துக்கு மேற்படுகின்ற போது, ஐந்து ஐந்தாக சேர்த்து எழுதுவது வழக்கம். அது கணக்கிடுவதற்கு எளிதாக இருக்கும்.)

### பயிற்சி வினாக்கள்

1. தனித்தொகுதி, தொடர்ச்சியற்ற தொகுதி தொடர்ந்த தொகுதி ஆகிவற்றுக்கு எடுத்துக்காட்டுகள் தருக.
2. அலைவெண் பரவல் அமைக்கின்ற போது கருத்தினைக் கொள்ள வேண்டியவைகளை விளக்குக.

3. பின்வரும் விவரங்களுக்கு அலைவெண் பரவல் பட்டியல் அமைக்க.

16	14	13	13	16	28	
18	14	19	20	23	22	19
23	16	22	18	23	20	12
20	18	16	17	21	20	19
16	16	21	15	23	17	11

4. ஒரு வகுப்பிலுள்ள 55 மாணவர்களின் எடை கிலோ கிராமில் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. அலைவெண் பரவல் அமைக்கவும்.

43	75	41	61	83	116	42	75	64	61	90
50	110	77	84	55	76	87	62	95	70	77
69	68	80	104	79	79	58	54	100	73	93
68	59	78	90	84	76	42	69	80	65	65
70	50	79	52	103	98	50	79	72	87	85

## 9. வரைபடங்கள் (Graphs)

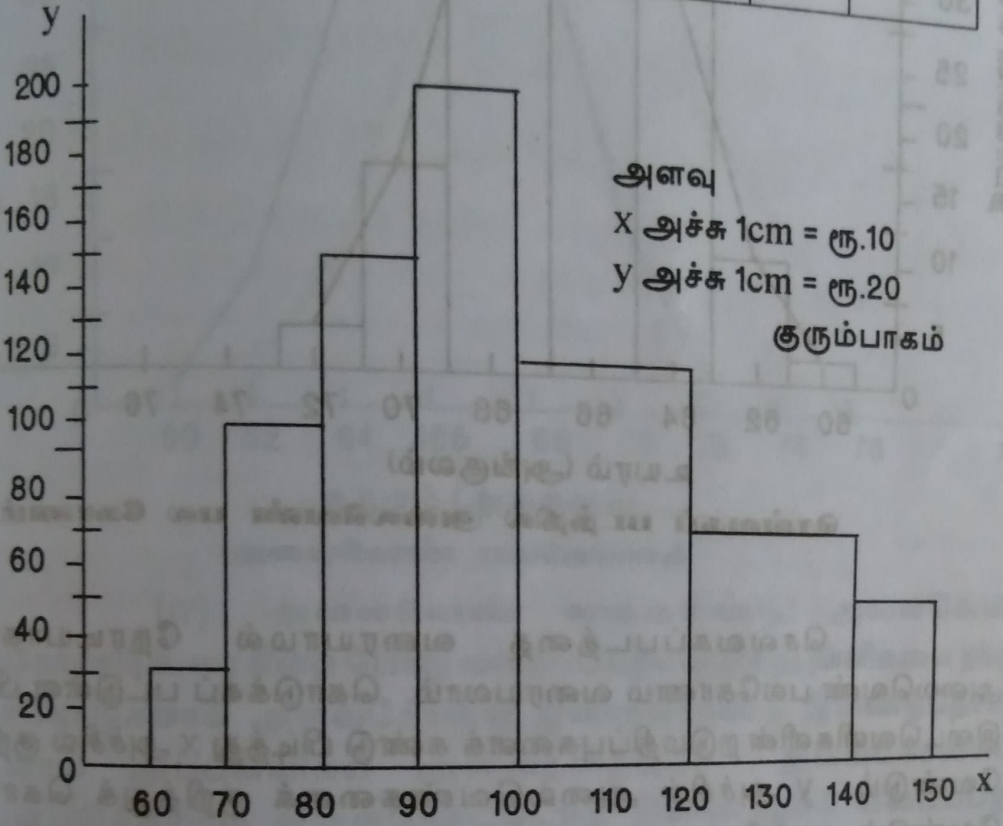
பொதுவாக விளக்கப்படங்களை பார்ப்பவர்களின் கவனத்தை உடனே ஈர்ப்பதற்காகவும், விளம்பர நோக்கத்திற்காகவும் பயன்படுத்துகிறார்கள். விளக்கப்படங்கள் புள்ளி விவரங்களைப் பற்றிய தருகின்றன. விளக்கப்படங்களால் புள்ளி விவரங்களை முற்றிலும் சரியாக விளக்கப்படங்களை முற்றிலும் சரியாக அடிக முக்கியத்துவம் பெறுவதில்லை. ஆனால் வரைபடங்கள் அடிக புள்ளிவிவரங்களை முற்றிலும் சரியாக, தெளிவாக அப்படியே பிரதிபலிக்கின்றன. விளக்கப்படங்களைவிட வரைபடங்கள் வரைவது எளிது. ஆய்வுக்கும் விளக்கப்படங்களை விட வரைபடங்கள் அதிகமாகப் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. காலம் சார் தொடர்வரிசை, அலைவெண் பரவல் ஆகியவைகளின் இயல்புகளைப் பற்றி அறிவதற்கு வரைபடங்கள் மிகவும் துணை புரிகின்றன.

### I. வரைபடங்கள், விளக்கப்படங்கள் - வேறுபாடு

1. வரைபடங்களை நாம் வரைபடத்தாளில் (Graph paper) வரைய வேண்டும். விளக்கப்படங்கள் பொதுவாக வெள்ளைத்தாளில் வரையப்படுகின்றன.



மாத வருவாய்	60-70	70-80	80-90	90-100	100-120	120-140	140-150
தொழிலாளர் எண்ணிக்கை	25	100	150	200	120	80	50



மாத வருவாய் (ரூபாய்)

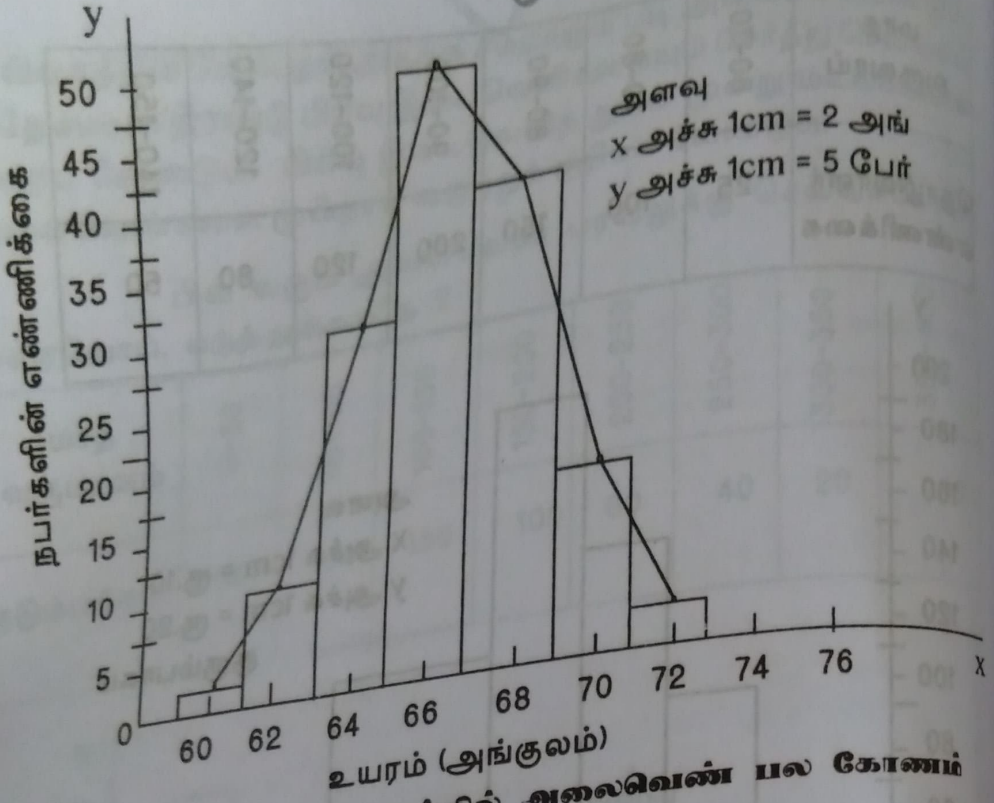
செவ்வகப்படம் வேறுபட்ட பிரிவு இடைவெளி

(iii) அலைவெண் பலகோணம் (Frequency Polygon):

செவ்வகப்படத்தின், ஒவ்வொரு செவ்வகத்தின் மேல் புறத்தின் நடுப்புள்ளிகளையும் நேர்கோடுகளால் இணைத்தால் கிடைப்பது அலைவெண் பலகோணமாகும். இதனைக் கீழ்வரும் எடுத்துக்காட்டு

உயரம் (அங்குலத்தில்)	59-61	61-63	63-65	65-67	67-69	69-71	71-73
நபர்களின் எண்ணிக்கை	2	10	30	50	40	15	4

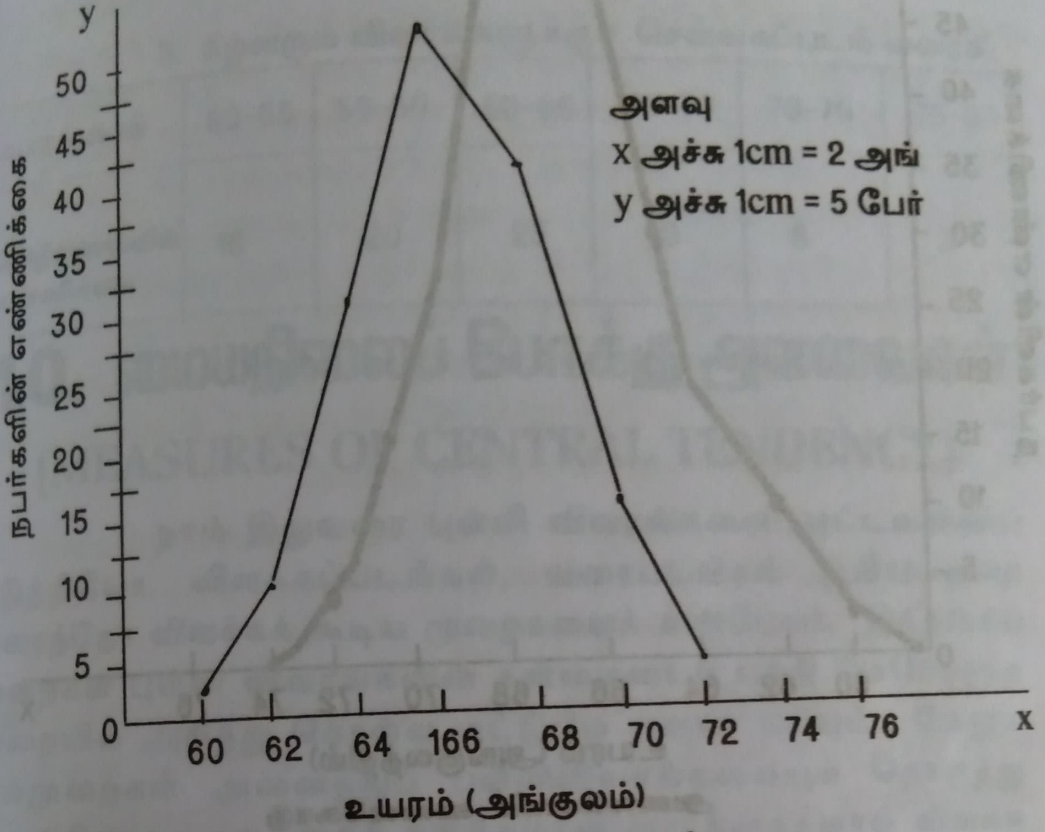




செவ்வகப் படத்தில் அலைவெண் பல கோணம்

செவ்வகப்படத்தை வரையாமல் நேரடியாகவும் அலைவெண் பலகோணம் வரையலாம். கொடுக்கப்பட்டுள்ள பிரிவு இடைவெளிகளின் நடுமதிப்புகளைக் கண்டு பிடித்து X அச்சில் குறிக்க வேண்டும். y அச்சில் அலைவெண்களைக் குறித்துக் கொள்ள வேண்டும். ஒவ்வொரு நடு மதிப்புகளுக்கும் உரிய அலைவெண் மதிப்புக்களை வரைபடத்தில் புள்ளிகளாகக் குறிக்க வேண்டும். இப்படி குறிக்கப்பட்ட எல்லா புள்ளிகளையும் அளவுகோல் கொண்டு நேர்கோடுகளாக இணைத்தால் கிடைப்பது அலைவெண் பலகோணம் ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு : 4 இல் தரப்பட்டுள்ள விவரங்கட்கு நாம் செவ்வகப்படம் வரையாமல் நேரடியாக அலைவெண் பலகோணம் வரைவோம்.



**அலைவெண் பலகோணம்**

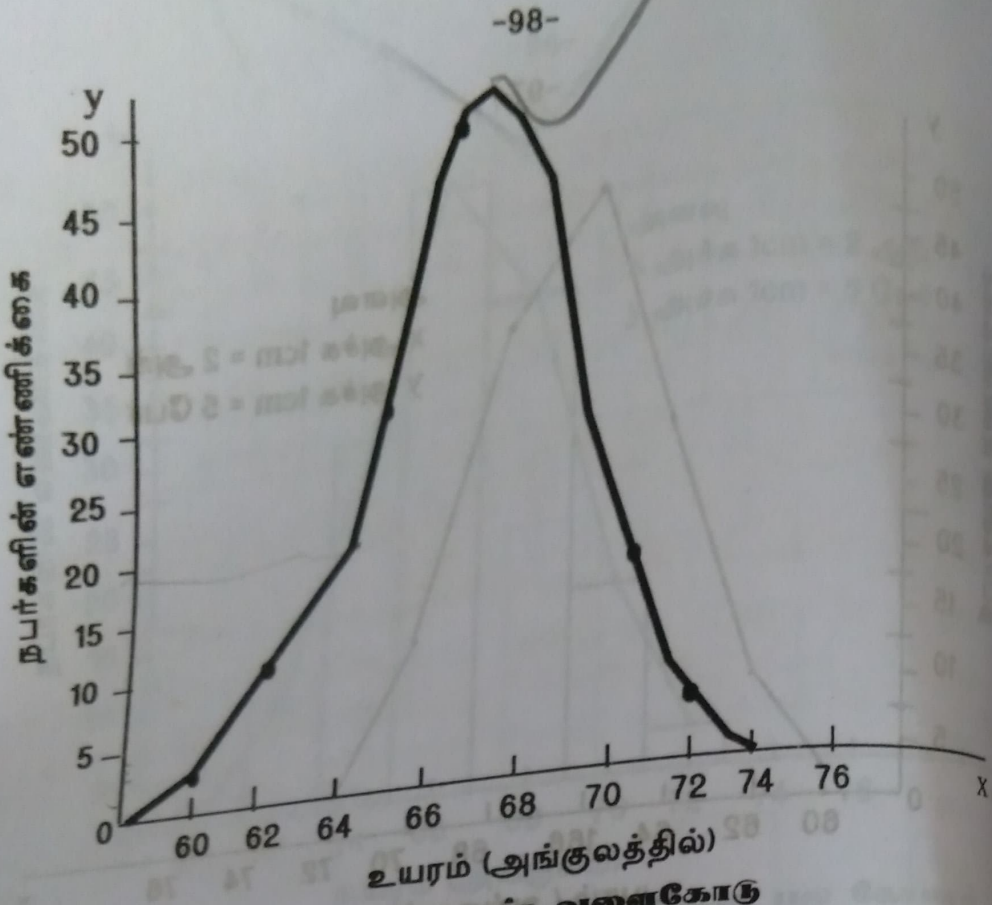
(iv) **அலைவெண் வளைகோடு:** அலைவெண்

பலகோணம் வரைகின்ற போது வரைபடத்தில் குறித்தபுள்ளிகளை நாம் நேர்கோடுகளால் அளவுகோலின் துணைகொண்டு இணைத்தோம். ஆனால் அப்புள்ளிகள் அனைத்தையும், அளவுகோலைப் பயன்படுத்தாமல் வளைகோட்டோடு இணைத்தால் கிடைப்பது அலைவெண் வளைகோடு ஆகும். அவ்வாறு நாம் இணைக்கின்ற போது ஒரு குறிப்பிட்ட விவரங்களுக்குரிய அலைவெண் பலகோணமும் அலைவெண் வளைகோடும் அதிக அளவில் மாறுபட்டிராமல் பார்த்துக்கொள்ள வேண்டும். அதாவது அலைவெண் பலகோணத்தின் பரப்பளவும் அலைவெண் வளைகோட்டின் பரப்பளவும் சமமாக இருத்தல் வேண்டும். அலைவெண் வளைகோட்டினை நாம் செவ்வகப்படம் வரைந்தும் வரையலாம். அல்லது நேரடியாகவும் அதாவது செவ்வகம் படம் வரையாமலும் வரையலாம்

எடுத்துக்காட்டு 4 இல் தரப்பட்டுள்ள விவரங்கட்கு

அலைவெண் வளைகோடு வரைவோம்.





**அலைவெண் வளைகோடு**

ஒகைவ் (Ogive) வளைகோடு மற்றும் லாரன்ஸ் வளைகோடு ஆகியவை புள்ளியியலில் முக்கியத்துவம் வாய்ந்தவை. அவைகளைப் பற்றி பின்வரும் அத்தியாயங்களில் படிக்கலாம்.

**பயிற்சி வினாக்கள்:**

1. ஒரு கம்பெனியின் கடந்த சில ஆண்டுகளில் இலாபம் தரப்பட்டுள்ளது. வரைபடம் வரைந்து காட்டுக.

ஆண்டு	1976	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983
இலாபம் ரூபாய் இலட்சத்	82	120	113	140	170	175	180	178

2. கீழ்க்காணும் விவரங்களுக்கு நேர்கோட்டு விளக்கப்படம் வரைக.

மதிப்பெண்	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
மாணவர்களின்	2	6	12	15	8	4